UTVECKLING OCH TILLÄMPNING AV EN DIGITAL AVRINNINGSMODELL

av Sten Bergström

Notiser och preliminära rapporter
Serie HYDROLOGI. Nr 22.

SVERIGES METEOROLOGISKA OCH HYDROLOGISKA INSTITUT
HYDROLOGISKA BYRÅN

UTVECKLING OCH TILLÄMPNING AV EN DIGITAL AVRINNINGSMODELL

av Sten Bergström

Notiser och preliminära rapporter
Serie HYDROLOGI. Nr 22.

UTVECKLING OCH TILLÄMPNING AV EN DIGITAL AVRINNINGSMODELL

av

Sten Bergström

SVERIGES METEOROLOGISKA OCH HYDROLOGISKA INSTITUT

Notiser och preliminära rapporter

Serie HYDROLOGI. Nr 22. Stockholm 1972

INNEHÅLL

		sid.
1.	Inledning	1
2.	Anpassningskriterier	2
3.	Lilla Tivsjön	2
4.	Nolsjön	4
5.	Parameteroptimering	6
6.	Avslutande synpunkter	7
	Litteratur	

Utveckling och tillämpning av en digital avrinningsmodell

1. Inledning

Under våren och sommaren 1972 har utvecklingsarbetet av en enklare modell för vattnets kretslopp pågått vid SMHI, HBV. Målsättningen har varit att utveckla en modell som med ett minimum av parametrar och mätningar ger en acceptabel återgivning av det verkliga avrinningsförloppet.

Ursprungligen har en mycket enkel modell ställts upp som sedan utvecklats vidare. Därvid har den vägledande principen varit att bara acceptera de förändringar som signifikant förbättrar modellen. Avsikten är att på så sätt undvika att introducera beräkningsrutiner som gör modellen mer komplex och svårhanterlig utan att förbättra resultatet nämnvärt. Dessutom kan man på detta sätt undvika alltför omfattande datainsamling.

I denna redogörelse presenteras några led i uppbyggnaden av modellen samt en del resultat. Någon mer ingående redogörelse för de principer som ligger bakom modifieringarna av ursprungsversionen lämnas inte utan utvecklingsarbetet redovisas bara i grova drag. Det bör tilläggas att arbetet är långt ifrån avslutat och att kritik och synpunkter därför är mer än välkomna.

Hittills har modellen testats på Lilla Tivsjöns nederbördsområde och därefter utvecklats vidare för Nolsjöns nederbördsområde. Lilla Tivsjön är belägen i Kassjööns representativa område och Nolsjön i Velenområdet. Områdenas areor är 12,8 resp 18,2 km^2. Bägge områdena består av morän med en del myrmark samt har låg sjöprocent.

Modellen beräknar dygnsmedelvärden av avrinningen, utgående från dygnsvärden på nederbörden samt månadsmedelvärden på den potentiella avdunstningen. Hittills har arbetet begränsats till den snöfria perioden.

2. Anpassningskriterier

Förutom visuell bedömning av de beräknade och observerade hydrograferna har två mått på modellens anpassning använts.

1. Den ackumulerade differensen,

   $\Sigma(Q_{ber} - Q_{obs})$, finns uppritad för varje dag.

2. Den del av den totala variansen som förklaras av modellen beräknas enligt formeln:

$$R^2 = \frac{\Sigma(Q_{obs} - \overline{Q_{obs}})^2 - \Sigma(Q_{obs} - Q_{ber})^2}{\Sigma(Q_{obs} - \overline{Q_{obs}})^2} \qquad (1)$$

   där

   Q_{obs} = Den observerade vattenföringen

   $\overline{Q_{obs}}$ = Medelvärdet av den observerade vattenföringen

   Q_{ber} = Den beräknade vattenföringen

3. Lilla Tivsjön

Här har en mycket enkel modell ansatts. Flödesschemat presenteras i figur 1. Det rör sig om en enkel lineär reservoir vars påfyllning styrs av den aktuella markvattenhalten och följaktligen även av avdunstningen. Hur denna styrning går till framgår av beräkningsrutinerna i figur 2.

Nederbörden delas alltså upp i en del som fastnar i markvattenmagasinet och så småningom avdunstar medan en del går till grundvattenreservoiren och vidare till avrinning. Vid låg markvattenhalt åtgår den största delen av nederbörden till att återställa markfuktigheten medan vid hög markvattenhalt den största delen går till grundvatten. Någon speciell rutin för ytavrinning finns alltså inte i modellen på detta stadium.

Det visade sig snart att markvattenhalten (MV) vid början av ett nederbördstillfälle var ett otillräckligt kriterium för fördelningen

av vattnet mellan båda magasinen. Hänsyn måste tagas till ändringen i markvattenmagasinet under den tid som nederbörden faller. Därför ändrades modellen så att marken tillföres nederbörden med en millimeter i taget som var och en får genomlöpa beräkningsrutinen i figur 2A. Samtidigt justeras markvattenhalten och följaktligen även fördelningen mellan mark- och grundvatten. På detta sätt förbättrades modellen avsevärt, speciellt vid stora nederbördsmängder.

Nederbördsdata från en station, Lilla Tivsjön, har använts i beräkningarna.

Månadsmedelvärden på den potentiella avdunstningen erhålles genom ett mycket förenklat interpolationsförfarande, där 30 års månadsmedelvärden av den potentiella avdunstningen satts i relation till aktuell månadsmedeltemperatur. Dessa 30 års månadsmedelvärden har erhållits från C.C. Wallèns publikation (6) .

Avdunstning från grundvatten erhålles genom att potentiell avdunstning lagts på ett område något större än sjöarean.

Uttömningen av grundvattenmagasinet sker enligt formeln

$$Q = K \cdot GV \qquad (2)$$

där

Q = dygnsmedelavrinningen

K = konstant

GV= aktuellt grundvattenmagasin

En tidsförskjutning på en dag har införts mellan Q och GV.

I Lilla Tivsjöns område användes vattenföringen år 1969 för optimering av parametrar. Därefter testades 1967 och 1968 med de parametrar som bestämts för 1969. 1967 och 1968 kan alltså betraktas som oberoende år.

De erhållna hydrograferna samt den ackumulerade differensen framgår av figurerna 4-6. De använda parametervärdena återfinnes i tabell 1. Observera att konstanten K överför magasinering i mm vp till avrinningen i l/s. Den kan alltså inte direkt användas för

jämförelse av områden med olika areor. Vidare räknar modellen hela tiden med skillnaden (FC-WP) resp. (MF-WP) varför de betraktas som två parametrar. De erhållna R^2-värdena redovisas i tabell 2.

Tabell 1 Parametervärden för Lilla Tivsjön

(FC-WP)	100 mm
(MF-WP)	70 mm
BETA	3.4
K	11.75

Tabell 2 R^2-värden för Lilla Tivsjön

År	R^2	
1969	0.98	(användes för optimering)
1968	0.84	
1967	0.97	

4. Nolsjön

Den enkla modellen för Lilla Tivsjön visade sig svår att anpassa till Nolsjön. Försök med ett icke linеärt magasin misslyckades då det visade sig att området reagerade olika efter regnperioder av olika intensitet även om det högsta flödet var detsamma. Speciellt gäller denna jämförelse mellan vårflödet och de kraftiga augustiregnen vissa år. Därför ansattes en modell enligt flödesschemat i figur 3.

Ett högra liggande magasin har införts. Det dräneras dels genom direkt avrinning proportionell mot magasinsinnehållet (konstanten K1), dels genom perkolation vid en viss konstant kapacitet (PERC). Detta innebär två nya parametrar, vilka dock visat sig ganska enkla att finna värden på.

I övrigt användes samma beräkningsrutiner som för Lilla Tivsjön (se fig. 2A och B).

Observera att den nya modellen återgår till den som tidigare använts för Lilla Tivsjön om perkolationskapaciteten är stor.

Nederbördsdata från Nordtorp, mitt i området, har använts de år de funnits. Övriga år har Thiessenpolygonen tillämpats på några kringliggande stationer.

En enkel viktsfunktion har slutligen införts för att få bättre form på flödestopparna. Denna funktion kan sägas innebära ett visst hänsynstagande till de olika tidsavstånden inom området. Fyra på varandra följande dagar har viktats ihop i förhållandena 1/6, 2/6, 2/6 och 1/6. Effekten blir densamma som att tillämpa ett tid-area diagram för fyra dygn med ovannämnda förhållanden mellan areorna. Den dag som nederbörden föll får alltså vikten 1/6, dagen efter 2/6 etc.

1970 och 1971 användes för att optimera parametrar. 1967-1969 kan betraktas som oberoende år.

Resultatet framgår av figurerna 7-11 samt tabell 3 och 4.

Tabell 3 Parametervärden för Nolsjön

(FC-WP)	200	mm
(MF-WP)	160	mm
K	15.0	
K1	40.0	
BETA	8.0	
PERC	0.5	mm/dygn

Tabell 4 R^2-värden för Nolsjön

År	R^2
1971	0.81 (användes för optimering)
1970	0.91 (användes för optimering)
1969	0.97
1968	0.90
1968	0.88

Modellens anpassning var som synes relativt god. Observera speciellt att det kraftiga regn som föll i augusti 1969 varken ger utslag i verkligheten eller i modellen. Vidare är det intressant att notera hur väl det extrema flödet 1967 återges trots att något sådant flöde inte tillnärmelsevis inträffade under optimeringsperioden.

För att komma tillrätta med de stora avvikelserna under september och oktober testades modellen med 30 års månadsmedelvärden på den potentiella avdustningen som inte justerats för månadsmedeltemperaturen. Modellen visade sig ganska känslig för denna förändring, höstvärdena blev bättre medan andra delar av hydrografen blev lidande. Speciellt visade det sig att olika år fick sitt högsta R^2-värde vid olika parametervärden.

Det är tydligt att avdunstningen spelar en avgörande roll för modellens reaktion på tillförd nederbörd. Tillämpningen i Nolsjöns område visar att de metoder som använts för bestämning av den potentiella avdunstningen är otillräckliga. Modellens känslighet gör att dagliga värden helst borde användas. Skall månadsmedelvärden användas bör de beräknas med större noggrannhet än som gjorts i detta arbete. Arbete med beräkning av den potentiella avdunstningen med Penmans formel har inletts vid SMHI, HBV.

5. Parameteroptimering

Optimeringen av de ingående parametrarna har i detta inledande stadium varit ganska subjektiv. För Lilla Tivsjön har en mer objektiv metod prövats för att finna ett lämpligt värde på BETA (se fig. 2). Denna metod finns åskådliggjord i figur 12 där maximalt R^2-värde fått bestämma BETA medan ackumulerad differens lagts in som jämförelse.

För det fortsatta arbetet är det nödvändigt att introducera en automatisk optimeringsrutin som tar hänsyn till fler parametrar samtidigt. De parametrar som i första hand kommer ifråga i denna modell skulle då vara BETA och MF. Konstanten K i formel (2) samt

konstanten K1 som styr den direkta avrinningen från det övre magasinet (se figur 3) är ganska enkla att bestämma genom recessionsanalys av den observerade hydrografen.

Även perkolationskapaciteten som introducerades i modellen för Nolsjön visade sig enkel att få ett rimligt värde på genom studier av det observerade materialet. Det visade sig nämligen att avrinning från grundvatten, som karaktäriseras av långsammare recession, aldrig översteg ett värde på ca 120 l/s ens efter vårflödet (se figur 7-11). Detta värde blir därför den naturliga gränsen för perkolationen, d.v.s. det värde där inflöde till grundvattenmagasinet balanseras av utflöde från detsamma. Detta gränsvärde antogs vara perkolationskapacitetens medelvärde över hela området. Naturligtvis gäller detta bara under förutsättning att de modellagar som ansatts är någorlunda riktiga.

Förutom automatisk optimering bör även felfunktionens (i detta fall R^2-värdena) form i närheten av ett maximum undersökas. En flack felfunktion innebär ett dåligt bestämt parametervärde. Detta är exempelvis fallet med skillnaden (FC-WP). Värdet visade sig kunna variera inom mycket vida gränser utan att nämnvärt påverka resultatet. Det lämpligaste torde därför vara att fixera (FC-WP) vid ett rimligt värde och sedan optimera övriga parametrar.

Den automatiska optimeringen bör kompletteras med ett studium av hela det n-dimensionella rummet för att söka undvika lokala maxima i stället för det totalt största R^2-värdet. Exempel på sådana undersökningar finns i (1) , (2) och (3) .

6. Avslutande synpunkter

Det grova betraktelsesätt som tillämpats vid utvecklingen av den redovisade modellen innebär att en hel del kända fysikaliska processer ignoreras mer eller mindre avsiktligt.

Sålunda bör t.ex. den yta som tilldelats potentiell avdunstning variera med markvattenhalten, likaväl som perkolationen borde variera med innehållet i det övre magasinet.

Vidare tas i modellen ingen hänsyn till vattnets fördelning i markzonen, utan totala markvatteninnehållet får styra avdunstningen. Detta är en svaghet hos modellen speciellt vid lätt regn som kan tänkas fukta det översta jordlagret medan de underliggande förblir torra. Något som rimligtvis borde påverka avdunstningen.

En rutin för beräkning av interception har introducerats men avskaffats igen då den inte medförde någon förbättring av modellen. Detsamma gäller en parameter ALFA som hade samma effekt på kurvan i fig. 2B som BETA har i fig. 2A.

Det är riskabelt att försöka dra allt för vittgående slutsatser av de delprocesser som ingår i modellen genom att exempelvis försöka jämföra dem med observerade mätdata. Det beräknade grundvattenmagasinet i fig. 1 kan t.ex. tänkas inkludera det vatten som befinner sig i markvattenzonen men successivt dräneras nedåt. Det är därför vanskligt att försöka jämföra det beräknade grundvattenmagasinet med observationer i fält. Av denna anledning kan det vara olämpligt att använda benämningar som man frestas att jämföra med kända fysikaliska data. Benämningen "rörligt vatten" vore bättre i detta exempel.

Man måste hela tiden hålla i minnet att modellen arbetar med medelvärden över stora områden. Därför skall man inte alls bli förvånad om beräkningsrutinerna stämmer dåligt med observationer i någon enskild profil. Beräkningsrutinerna tar ju även hänsyn till inhomogeniteter i ytutbredningen.

De R^2-värden som erhållits är många gånger oförtjänt höga. Detta beror på att recessionen på våren, som är enkel att beräkna, tar hand om en stor del av den totala variansen. Slutsatsen blir att R^2-värdet bara kan användas för jämförelse av modeller inom samma områden och tidsperioder.

Modellen kommer i fortsättningen att testas på flera områden av olika karaktär, eftersom detta verkar vara att föredra framför koncentration på exakt återgivning av avrinningen i ett enda område.

Nya parametrar kommer som nämnts att införas med stor återhållsamhet och endast om de medför en klar förbättring av modellen.

Litteratur

1. J.E. Nash and J.V. Sutcliffe,

   River flow forecasting through conceptuel models:
   Part I - A discussion of principles.

   Journal of Hydrology 10 (1970) 282-290

2. P.E. O'Connell, J.E. Nash and J.P. Farrell,

   River flow forecasting through conceptuel models:
   Part II - The Brosna catchment at Ferbane.

   Journal of Hydrology 10 (1970) 317-329

3. A.N. Mandeville, P.E. O'Connell, J.V. Sutcliffe and J.E. Nash,

   River flow forecasting through conceptuel models:
   Part III - The Ray catchment at Grendon Underwood

   Journal of Hydrology 11 (1970) 109-128

4. George Fleming

   Comment on "River flow forecasting through conceptuel models.
   Parts I, II and III".

   Journal of Hydrology 13 (1971) 351-356

5. J.E. Nash and J.V. Sutcliffe,

   Reply

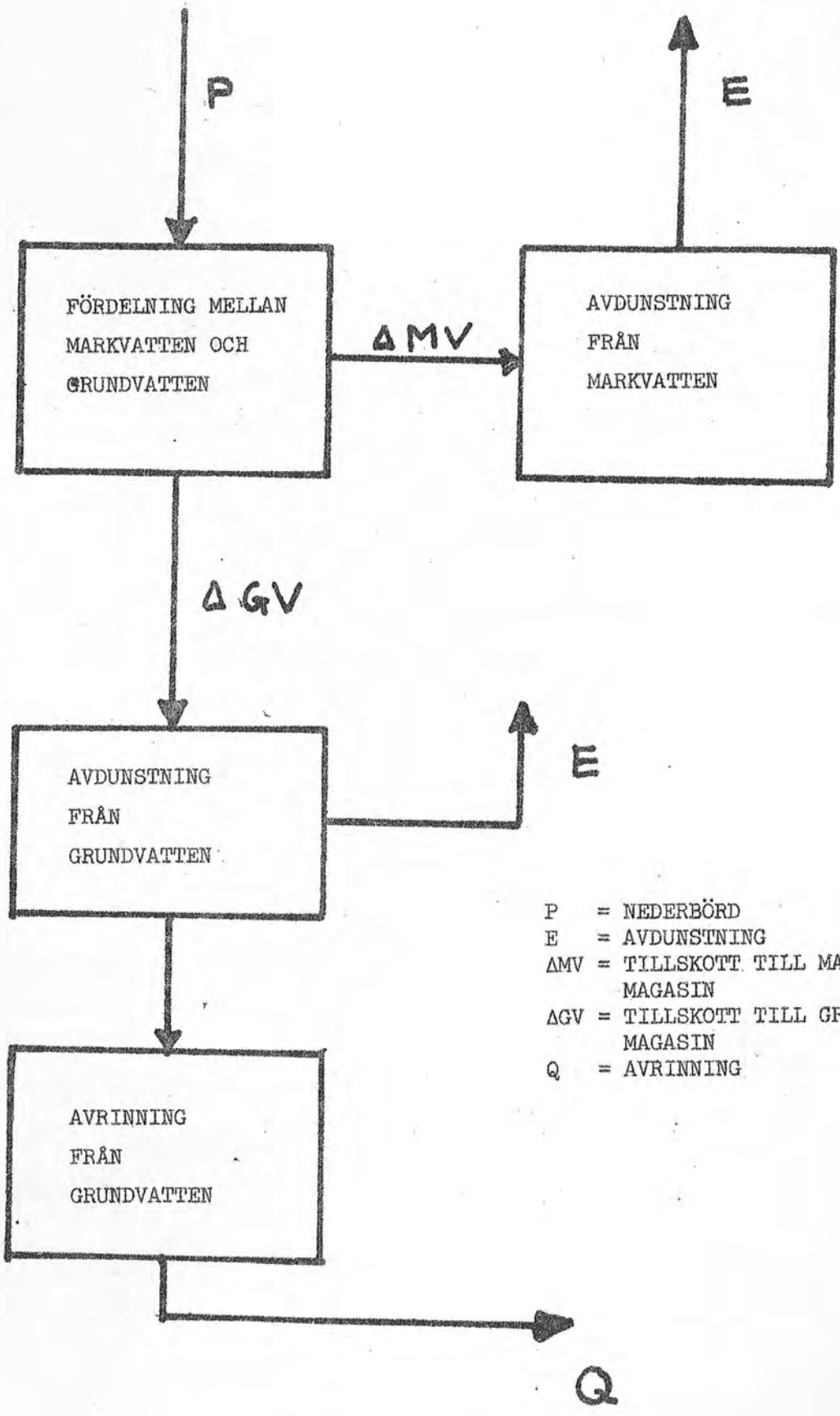
   Journal of Hydrology 13 (1971) 357-359

6. C.C. Wallén (1966)

   Global solar radiation and potential evapotranspiration in Sweden.

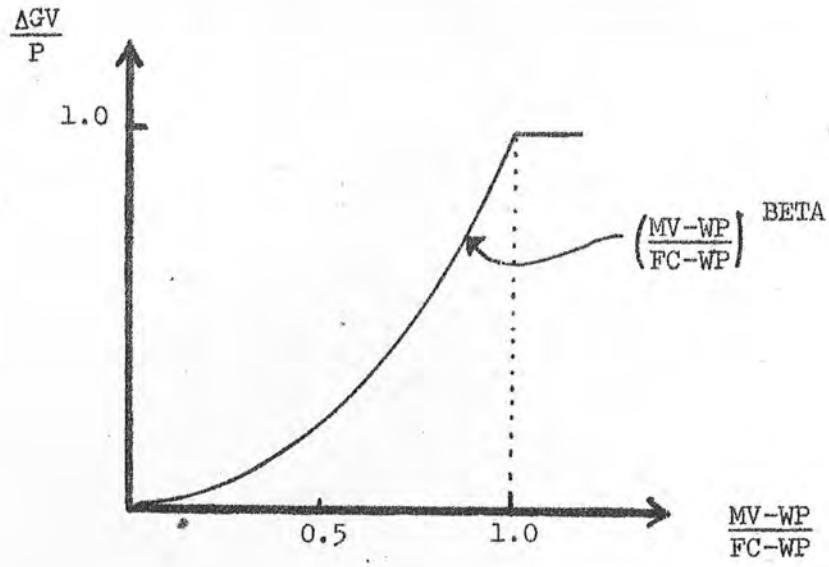
   Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska institut. Meddelanden.
   Serie 13. Nr 24.

FIGUR 1	FLÖDESSCHEMA FÖR LILLA TIVSJÖN	SMHI
		HBV



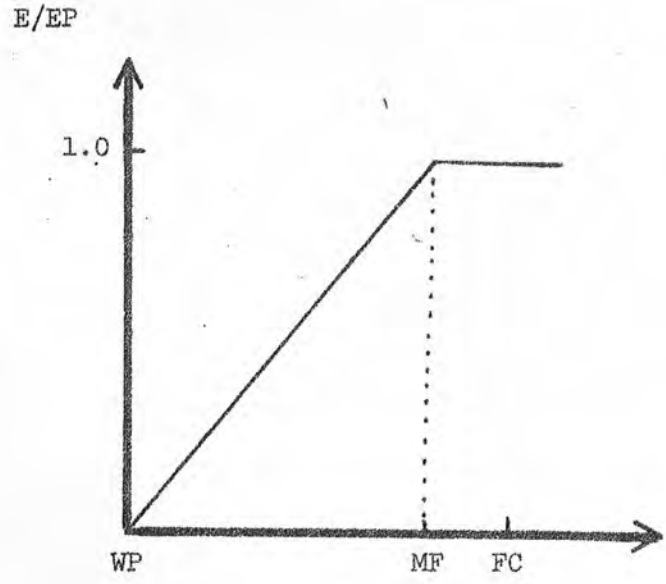
P = NEDERBÖRD
E = AVDUNSTNING
ΔMV = TILLSKOTT TILL MARKVATTEN-MAGASIN
ΔGV = TILLSKOTT TILL GRUNDVATTEN-MAGASIN
Q = AVRINNING

FIGUR 2	DETALJ AV NÅGRA BERÄKNINGSRUTINER	SMHI
		HBV



A)

FÖRDELNING MELLAN MARKVATTEN OCH GRUNDVATTEN

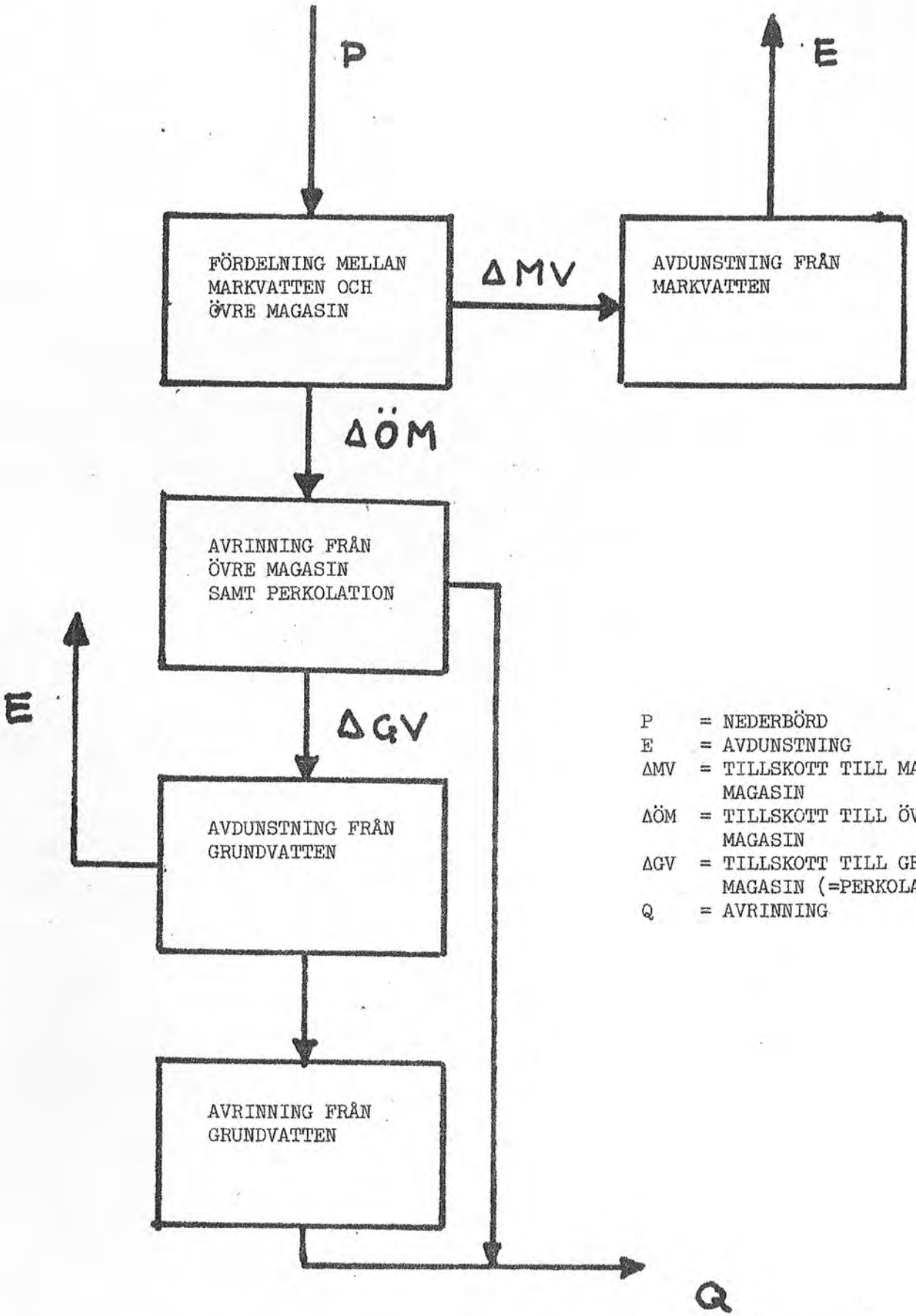


B)

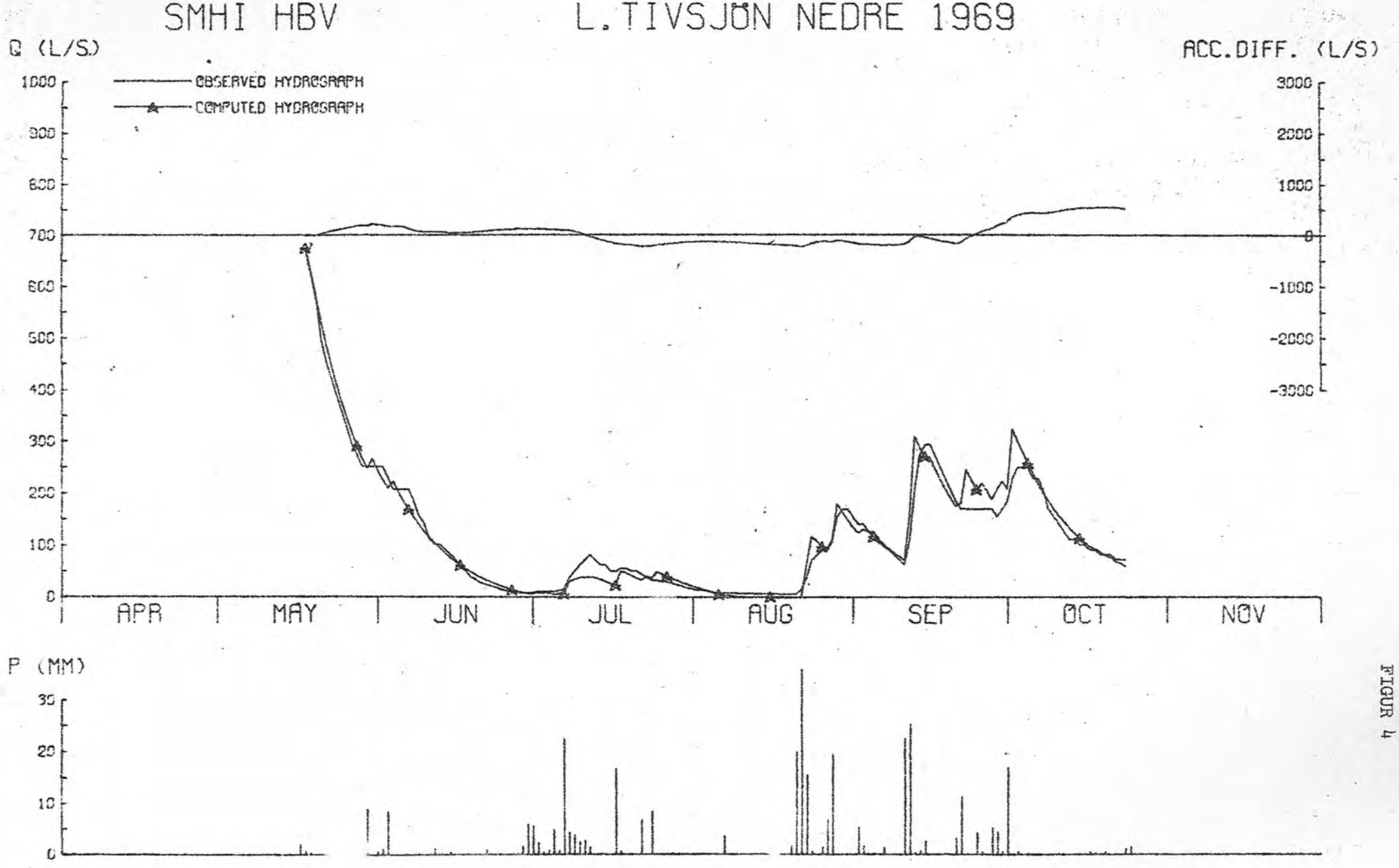
AVDUNSTNING FRÅN MARKVATTEN

P	=	NEDERBÖRD
ΔGV	=	TILLSKOTT TILL GRUNDVATTENMAGASIN (ΔMV=P-ΔGV)
MV	=	AKTUELLT BERÄKNAT MARKVATTENMAGASIN
FC	=	FÄLTKAPACITET (ENLIGT DEFINITION I MODELLEN)
WP	=	VISSNINGSGRÄNS (ENLIGT DEFINITION I MODELLEN)
EP	=	POTENTIELL AVDUNSTNING
E	=	VERKLIG AVDUNSTNING
BETA	=	PARAMETER ATT OPTIMERA
MF	=	PARAMETER ATT OPTIMERA

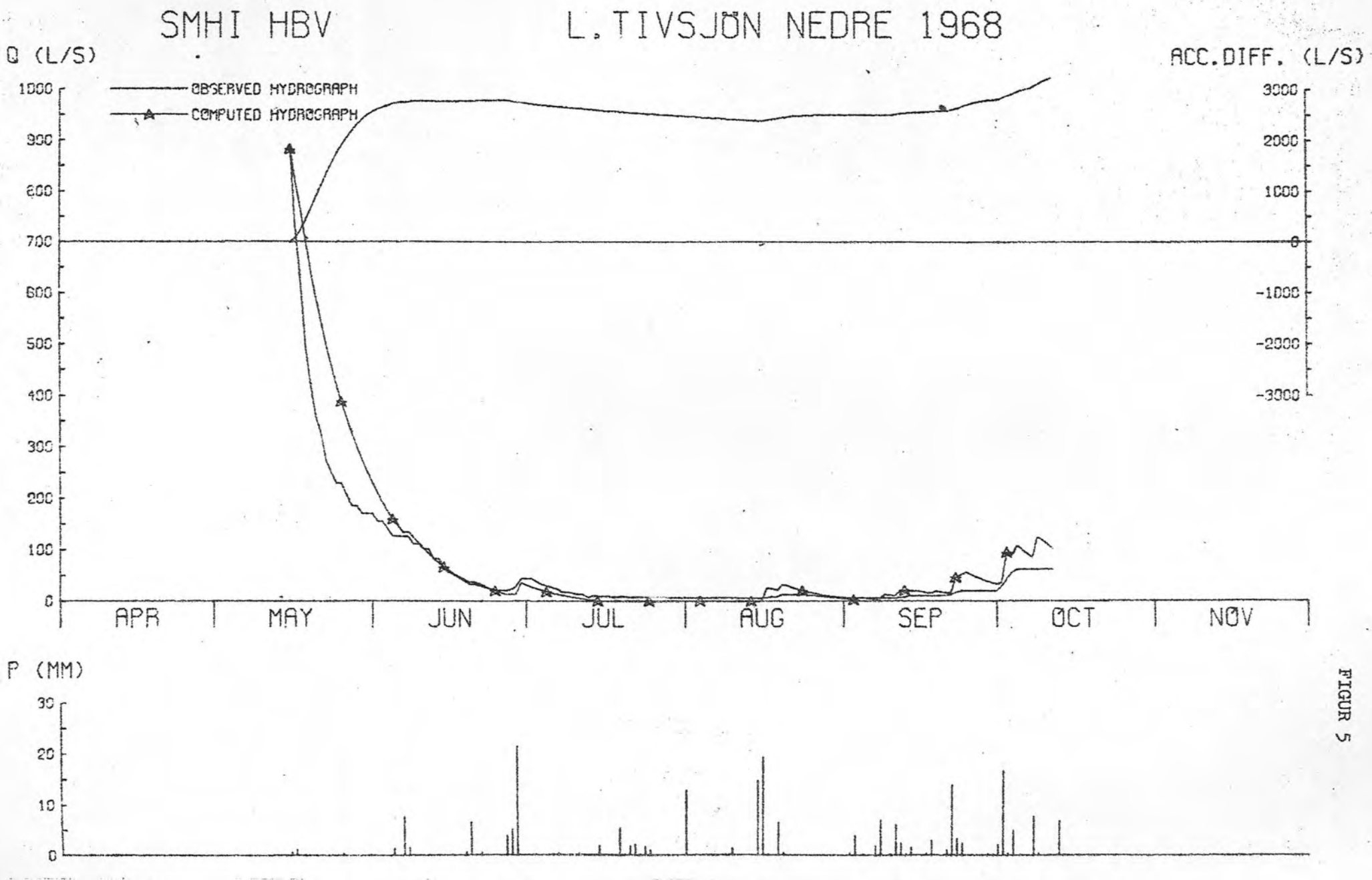
FIGUR 3	FLÖDESSCHEMA FÖR NOLSJÖN	SMHI
		HBV



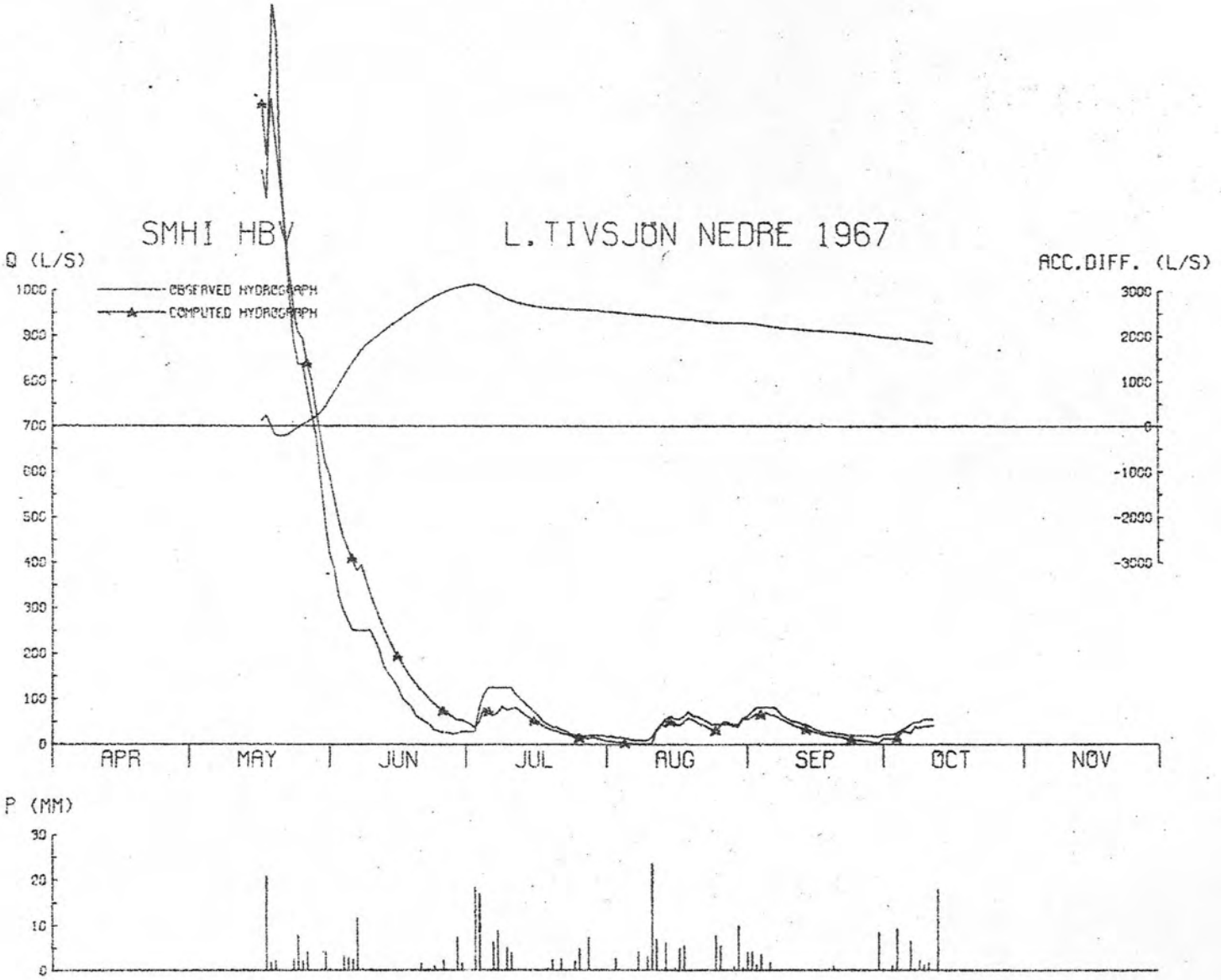
P = NEDERBÖRD
E = AVDUNSTNING
ΔMV = TILLSKOTT TILL MARKVATTEN-MAGASIN
ΔÖM = TILLSKOTT TILL ÖVRE MAGASIN
ΔGV = TILLSKOTT TILL GRUNDVATTEN-MAGASIN (=PERKOLATION)
Q = AVRINNING


SMHI HBV
L.TIVSJÖN NEDRE 1969
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

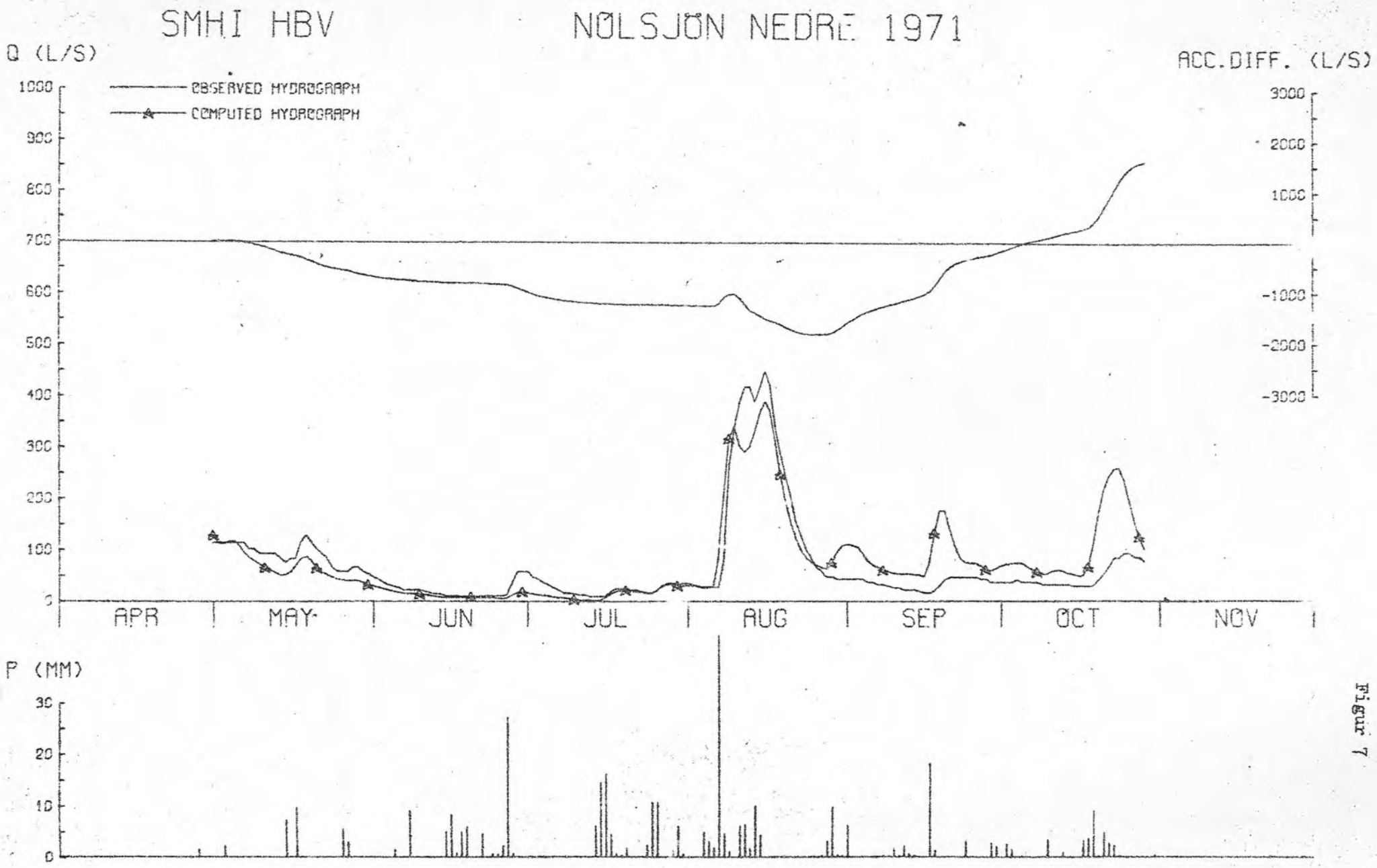
FIGUR 4


SMHI HBV
L.TIVSJÖN NEDRE 1968
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

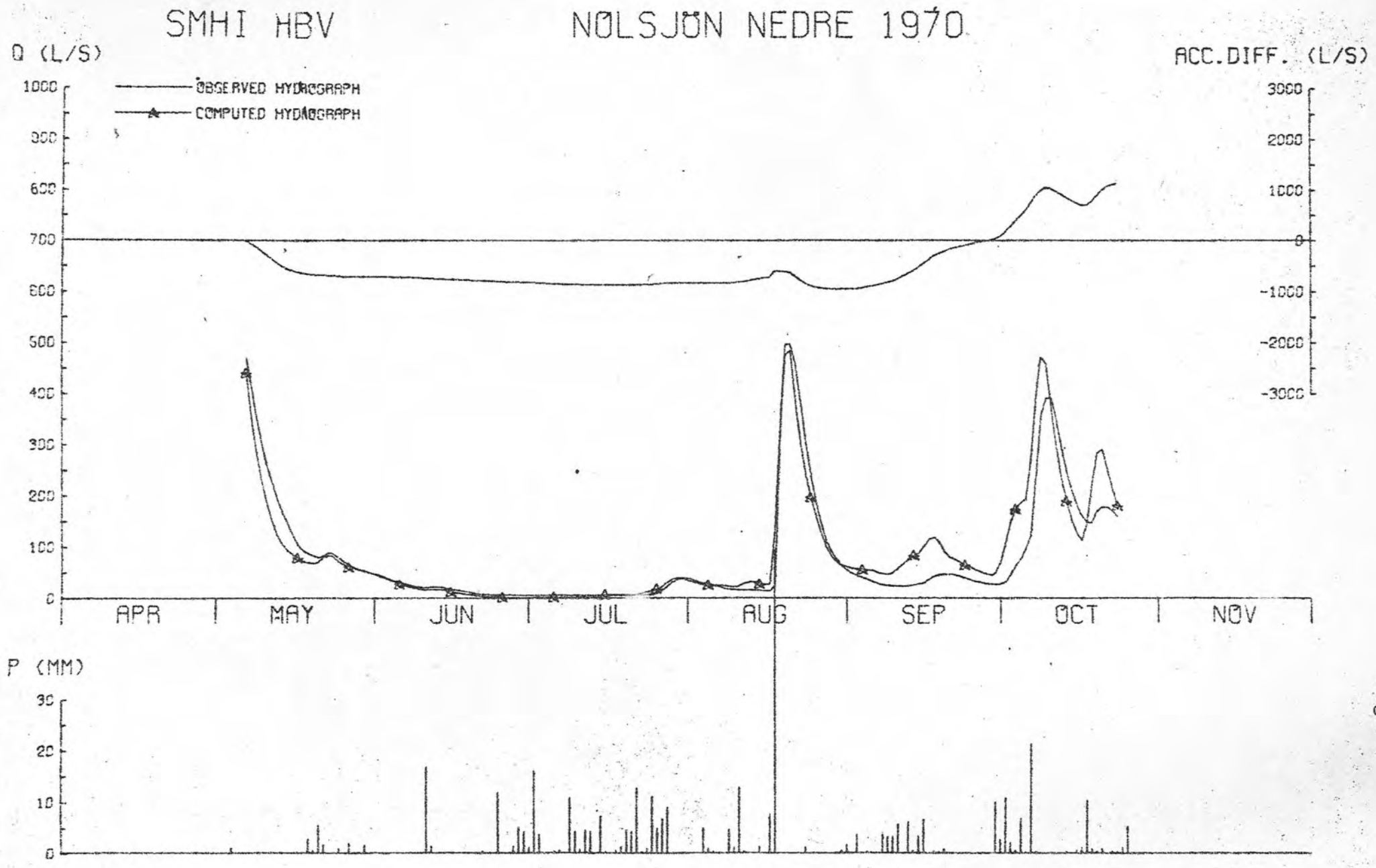
FIGUR 5


SMHI HBV
L.TIVSJÖN NEDRE 1967
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

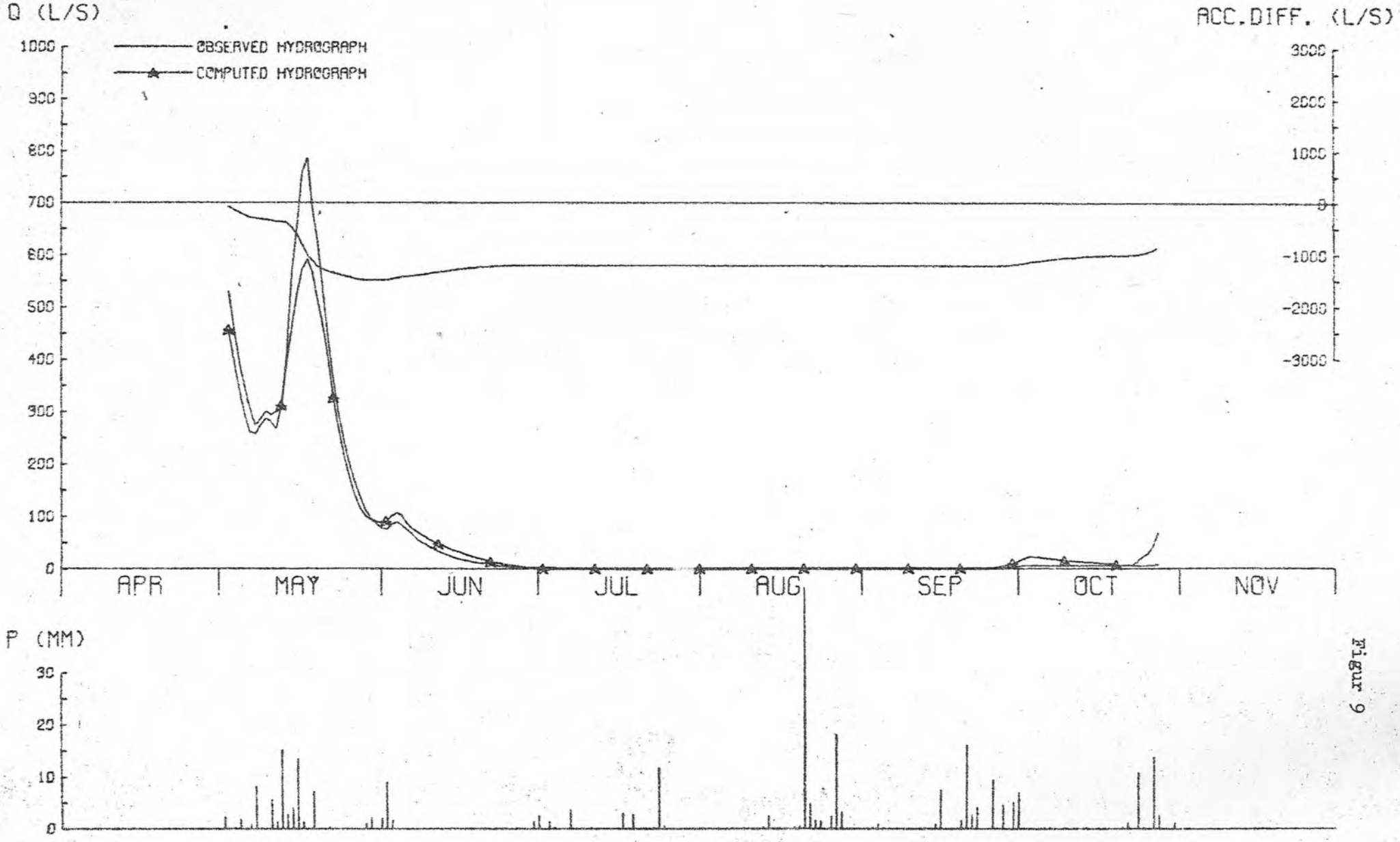
FIGUR 6


SMHI HBV
NØLSJÖN NEDRE 1971
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

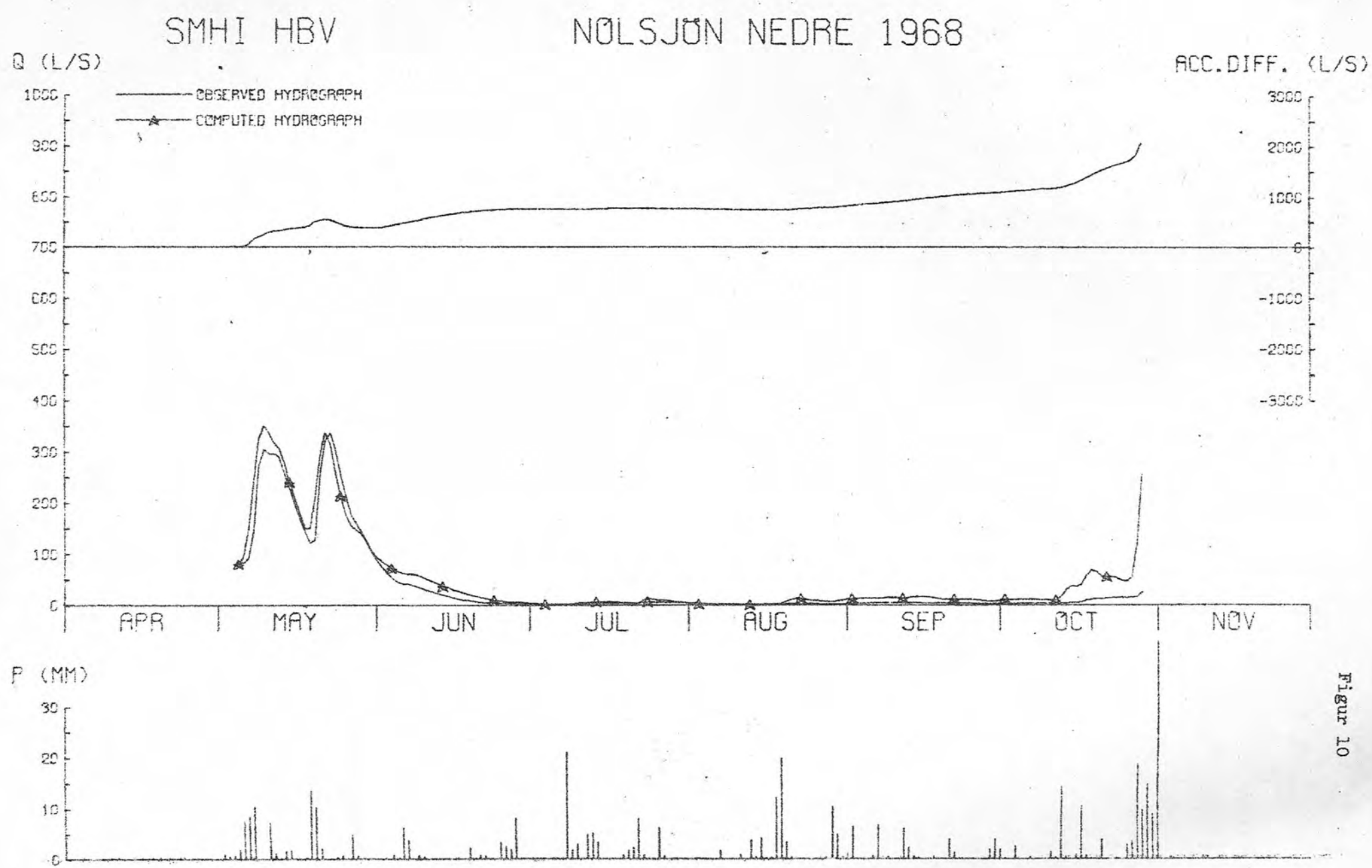
Figur 7


SMHI HBV
NÖLSJÖN NEDRE 1970
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

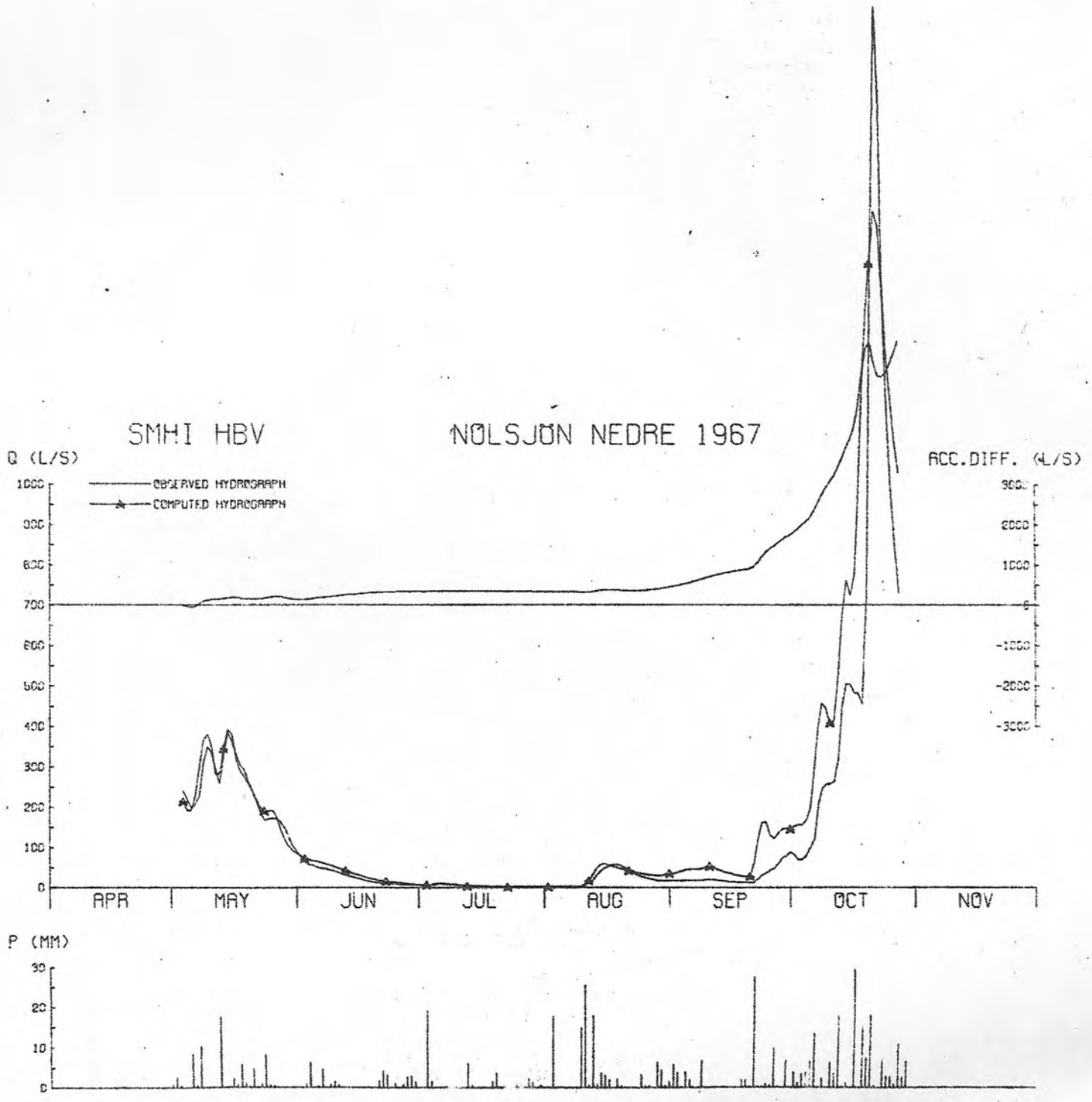
Figur 8


SMHI HBV
NØLSJÖN NEDRE 1969
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

Figur 9

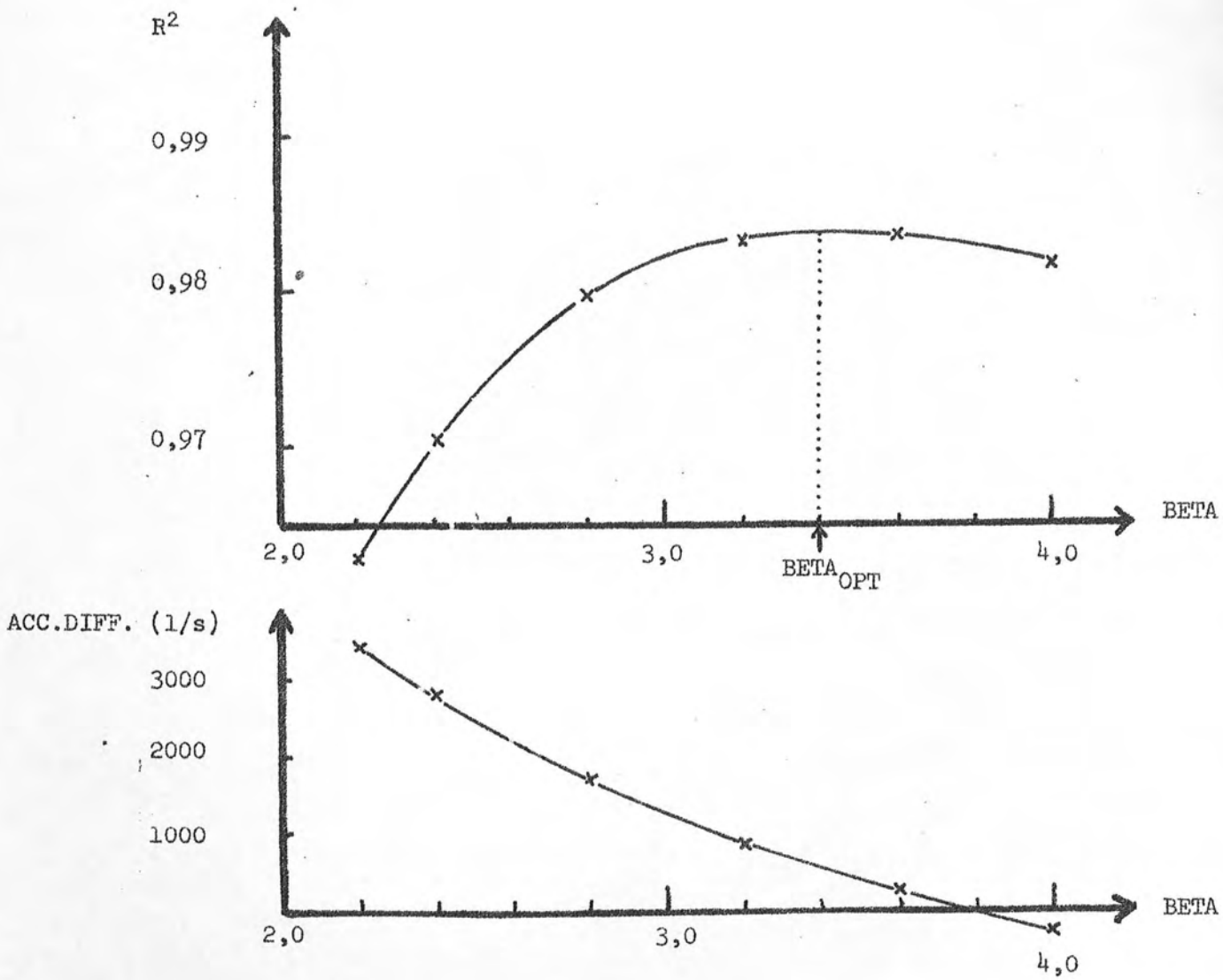

SMHI HBV
NØLSJÖN NEDRE 1968
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

Figur 10


SMHI HBV
NÖLSJÖN NEDRE 1967
Q (L/S)
ACC.DIFF. (L/S)
OBSERVED HYDROGRAPH
COMPUTED HYDROGRAPH
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
2000
1000
-1000
-2000
-3000
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
P (MM)
30
20
10
0

Figur 11

FIGUR 12	OPTIMERING AV BETA FÖR LILLA TIVSJÖN 1969	SMHI
		HBV



Notiser och preliminära rapporter

Serie HYDROLOGI

Nr 1 Sundberg-Falkenmark, M.
Om isbärighet. Stockholm 1963

Nr 2 Forsman, A.
Snösmältning och avrinning. Stockholm 1963

Nr 3 Karström, U.
Infrarödteknik i hydrologisk tillämpning:
Värmebilder som hjälpmedel i recipientundersökningar.
Stockholm 1966

Nr 4 Moberg, A.
Svenska sjöars isläggnings- och islossningstidpunkter 1911/12--1960/61. Del 1. Redovisning av observationsmaterial.
Stockholm 1967

Nr 5 Ehlin, U. & Nyberg, L.
Hydrografiska undersökningar i Nordmalingsfjärden. Stockholm 1968

Nr 6 Milanov, T.
Avkylningsproblem i recipienter vid utsläpp av kylvatten.
Stockholm 1969

Nr 7 Ehlin, U. & Zachrisson, G.
Spridningen i Vänerns nordvästra del av suspenderat materiel från skredet i Norsälven i april 1969. Stockholm 1969

Nr 8 Ehlert, K.
Mälarens hydrologi och inverkan på denna av alternativa vattenavledningar från Mälaren. Stockholm 1970.

Nr 9 Ehlin, U. & Carlsson, B.
Hydrologiska observationer i Vänern 1959-1968 jämte sammanfattande synpunkter. Stockholm 1970

Nr 10 Ehlin, U. & Carlsson, B.
Hydrologiska observationer i Vänern 17-21 mars 1969.

Nr 11 Milanov, T.
Termisk spridning av kylvattenutsläpp från Karlshamnsverket.
Stockholm 1971

Nr 12 Persson, M.
Hydrologiska undersökningar i Lappträskets representativa område.
Rapport I. Stockholm 1971.

Nr 13 Persson, M.
Hydrologiska undersökningar i Lappträskets representativa område.
Rapport II: Snömätningar med snörör och snökuddar.
Stockholm 1971

Nr 14 Hedin, L.
Hydrologiska undersökningar i Velens representativa område.
Beskrivning av området, utförda mätningar samt preliminära
resultat. Rapport I. Stockholm 1971

Nr 15 Forsman, A. & Milanov, T.
Hydrologiska undersökningar i Velens representativa område.
Markvattenstudier i Velenområdet. Rapport II. Stockholm 1971

Nr 16 Hedin, L.
Hydrologiska undersökningar i Kassjöåns representativa område.
Nederbördens höjdberoende samt kortfattad beskrivning av området.
Rapport I. Stockholm 1971

Nr 17 Bergström, S. & Ehlert, K.
Stochastic Streamflow Synthesis at the Velen representative Basin.
Stockholm 1971

Nr 18 Bergström, S.
Snösmältningen i Lappträskets representativa område som funktion
av lufttemperaturen. Stockholm 1972

Nr 19 Holmström, H.
Test of two automatic water quality monitors under field conditions.
Stockholm 1972

Nr 20 Wennergren, G.
Yttertemperaturkartering med strålningstermometer från flygplan
över Vänern under 1971. Stockholm 1972

Nr 21 Prych, A.
A warm water effluent analyzed as a buoyant surface jet.
Stockholm 1972

Nr 22 Bergström, S.
Utveckling och tillämpning av en digital avrinningsmodell.
Stockholm 1972